

बाहरी ऊष्मा स्रोत की उपस्थिति एवं सामयिक छिद्रयुक्त माध्यम में पारगम्यसंवहन युक्त चुम्बकीय द्रव गतिकीय ऊष्मा एवं द्रव्यमान संचरण

डा० रूचि चतुर्वेदी,
गणित विभाग,
आगरा कॉलेज, आगरा

सारांश (Abstract)

इस शोध पत्र में हमने त्रिविमीय असंपीड्य श्यान द्रव के छिद्रयुक्त माध्यम में प्रवाह पर चुम्बकीय प्रभाव का आँकलन व व्याख्यो करने का प्रयास किया है, यह व्याख्या निम्न बिंदुओं को ध्यान में रखते हुयेकी है—

1. द्रव वैद्युतीय संवाहक है।
2. प्रवाह मुक्त है।
3. जिस प्लेट से यह प्रवाहित हो वह नियत चूषण पर है।
4. ताप नियत है।
5. इस पर एक समान (अपरिवर्तन शील) चुम्बकत्व लगाया गया है।
6. इस में बाहरी ऊष्मा स्रोत, जिसकी गणना प्राचल, S द्वारा की जायेगी, उपस्थित है।

इस शोध पत्र के अन्त में हमने वेग, ताप व साँद्रता ग्राशोफ संख्या (Gr) प्राचल S , प्राडट संख्या (Pr) चुम्बकशीलता (हार्टमैन अंक M) बाहरी ऊष्मा स्रोत प्राचल S आदि के विभिन्न मानों पर हल किया गया है। साथ ही उपरिस्तर घर्षण गुणांक भी प्राप्त किया गया है।

सांकेतिक शब्द— संचरण, सघनता, चुम्बकशीलता, संवहन आदि ।

1. प्रवेश (Introduction)

पिछले कुछ वर्षों में पटलीय द्रव प्रवाह, मुख्यतः चुम्बकीय प्रभाव में द्रव प्रवाह पर बहुत कार्य किया गया है। इस क्षेत्र में अत्यन्त प्रभावी शोध सामने आया है। अनेकों शोधार्थियों और वैज्ञानिकों द्वारा किये गये द्रव प्रवाह शोध पर महत्वपूर्ण निष्कर्ष का प्रयोग कृषि, पेट्रोलियम, आदि इण्डस्ट्रीज (उपक्रमों) में बड़े पैमाने पर हो रहा है। चुम्बकीय द्रव गतिकीय प्रवाह का प्रयोग डिजायनिंग, कूलिंग सिस्टम (शतिलनतंत्र) पेट्रोलियम, कच्चे तेल के शुद्धिकरण, पोलिमर आदि क्षेत्रों में व्यापक स्तर पर हो रहा है। भूमिगत जल के स्रोत में भी इसका प्रयोग हो रहा है। यामामोटो, इवामुरा (1) ने तापीय प्रभाव में छिद्रयुक्त माध्यम से होने वाले द्रव के प्रवाह के समीकरण प्रस्तुत किये। राप्टिस और पर्डिकिस (2) ने संवहन मुक्त वृहद छिद्रयुक्त माध्यम में अनन्त छिद्रयुक्त प्लेट के समीकरणों के हल प्रस्तुत किये। गणितीय क्षेत्र में जब ये शोध चल रहे थे तब त्रिविमीय प्रवाह की समस्या सामने आयी और इस क्षेत्र में भी वृहद स्तर पर कार्य किया गया। सिंह (3)(4) और उनके सहयोगियों ने त्रिविमीय प्रवाह पर प्रकाश डाला। पुनः सिंह (5) और उनके सहयोगियों ने त्रिविमीय प्रवाह का अध्ययन किया। जबकि वह प्रवाह चुम्बकीय प्रभाव के अन्तर्गत संवहन युक्त, श्यान एवं असंपीडित द्रव पर था और चुम्बक अंमिलम्बवत् लगाया गया। कुमार और उनके सहयोगियों ने इस अध्ययन को आगे बढ़ाते हुये समतल प्लेट पर इन प्रभावों का अध्ययन किया। इस क्षेत्र में निरन्तरता बनी रहे। क्योंकि अहमद और शर्मा (7) ने भी इस कार्य को आगे बढ़ाते हुये इस प्रकार के प्रवाह को मुक्त प्रवाह मानते हुये अध्ययन किया। चित्तीबाबू और प्रसाद रावने इस क्षेत्र को गति प्रदान करते हुये ऊर्ध्व अनन्त छिद्रयुक्त प्लेट और छिद्रयुक्त श्यान असंपीडित द्रव के प्रवाह का अध्ययन किया जब कि वह पारगम्य लिया गया और जिसकी सामयिक पारगम्यता

$$k^*(z) = \frac{k_0^*}{(1 + \varepsilon \cos \pi z^*/l)} \quad \text{ली गयी।}$$

जहाँ k_0 = माध्यम की माध्य पारगम्यता है।

l = तरंग दैर्घ्य, ε = पारगम्यता ($\lll 1$)

यह प्रश्न इसी परिवर्तन के आयाम परिवर्तन के कारण त्रिविमीय बन गया। इसी को नेलसन (9) ने आगे बढ़ाते हुये कुछ नये प्रयोग भी किये।

टी0 अरुणाचलम (10) द्वारा किये गये कार्य को आगे बढ़ाते हुये यह शोध पत्र प्रस्तुत है। इसका मुख्य उद्देश्य टी0 अरुणाचलम (10) द्वारा दिये गये प्रवाह का चुम्बकत्व के प्रभाव में अध्ययन करना है।

2 गणितीय संरचना (Mathematical Model)

हमने श्यान, असंपीड्य, वैद्युतीय संवाहक द्रव को वृहद छिद्र युक्त माध्यम में लिया है। जो कि ऊर्ध्व समतल प्लेट से गुजरता है। प्लेट $x^* - z^*$ समतल पर ऊर्ध्व रखी गयी है। जबकि y^* - अक्ष को पटलीय अभिलम्बवत् माना गया है। द्रव का प्रवाह x^* -अक्ष के सापेक्ष मुक्त प्रवाह वंग u^* से हो रहा है। द्रव के सभी गुणों का नियम मानते हुये समीकरण को हल किया गया है केवल ताप के साथ घनत्व परिवर्तन को पिण्ड बल के सापेक्ष माना गया है। u^*, v^*, w^* द्रव के वेग के x^*, y^*, z^* दिशाओं में घटक है। तापमान T^* ।

$$k^*(z) = \frac{k_0^*}{(1 + \varepsilon \cos \pi z^*/l)} \quad \dots(1)$$

$$\frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad \dots(2)$$

$$v^* \frac{\partial u^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial u^*}{\partial z^*} = g\beta(T^* - T_\infty^*) + g\beta^*(C^* - C_\infty^*) + \nu \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \right)$$

$$\frac{\nu}{k^*} (u^* - U) - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} (u^* - U) \quad \dots(3)$$

$$v^* \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial v^*}{\partial z^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial y^*} + \nu \left(\frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{\nu}{k^*} v^* - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} v^* \quad \dots(4)$$

$$v^* \frac{\partial w^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial z^*} + \nu \left(\frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{\nu}{k^*} w^* - \frac{\sigma B_0^2}{\rho} w^* \quad \dots(5)$$

$$v^* \frac{\partial T^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial T^*}{\partial z^*} = \frac{\nu}{\rho c_p} \left(\frac{\partial^2 T^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 T^*}{\partial z^{*2}} \right) - \frac{Q}{\rho c_p} (T^* - T_\infty) \quad \dots(6)$$

$$v^* \frac{\partial C^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial C^*}{\partial z^*} = D \left(\frac{\partial^2 C^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 C^*}{\partial z^{*2}} \right) \quad \dots(7)$$

जहाँ पर $g, r, n, p^*, P, \mu, c_p, k$ क्रमशः गुरुत्वीयत्वकरण, घनत्व, गतिकीय श्यानता, द्रव का द्रव्यमान, आयतन प्रसार गुणांक, ध्यानता, विशिष्ट ऊष्मा (नियमित दाब पर) ऊष्मीय चालकता है।

सीमान्त अवस्था

$$\left. \begin{aligned} y^* = 0, \quad u^* = 0, \quad v^* = -v, \quad w^* = 0, \quad T^* = T_w^*, \quad C^* = C_w^* \\ y^* = \infty, \quad u^* = u, \quad w^* = 0, \quad p^* = p_\infty^0, \quad T^* = T_\infty^*, \quad C^* = C_\infty^* \end{aligned} \right\} \dots(8)$$

जहाँ T_w, T_∞ समतल प्लेट व द्रव के तापमान है। P मुक्त प्रवाह का नियत दाब है और $v > 0$

नियत है और—चिह्न दर्शाता है कि चूषण प्लेट की ओर है।

अविमीय राशियों को प्रयुक्त करने पर—

- 1— $Re = \frac{Ul}{\nu}$ रेनोल्डसंख्या
- 2— Pr = प्राडट संख्या
- 3— Sc = चमीटसंख्या
- 4— Ko = पारगम्यतासंख्या
- 5— Gs = ग्रांशोफ संख्या
- 6— N = उत्प्लावन अनुपात
- 7— M = चुम्बकीय प्राचल
- 8— S = ताप स्रोत प्राचल

$$y = \frac{y^*}{l}; \quad z = \frac{z^*}{l}; \quad u = \frac{u^*}{U}; \quad v = \frac{v^*}{U}; \quad w = \frac{w^*}{U}; \quad p = \frac{p^*}{\rho U^2};$$

$$\theta = \frac{(T^* - T_\infty^*)}{(T_w^* - T_\infty^*)}, \quad C = \frac{(C^* - C_\infty^*)}{(C_w^* - C_\infty^*)} \quad \dots(9)$$

समीकरण (2) से (7) निम्न प्रकार परिवर्तित होंगे।

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad \dots(10)$$

$$v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} = Gr \operatorname{Re}(\theta + NC) + \frac{1}{\operatorname{Re}} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) - \frac{(u-1)(1 + \varepsilon \cos \pi z)}{\operatorname{Re} k_0} - M(u-1) \quad \dots(11)$$

$$v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{1}{\operatorname{Re}} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) - \frac{(1 + \varepsilon \cos \pi z)w}{\operatorname{Re} k_0} - Mw \quad \dots(12)$$

$$v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} = \frac{1}{\operatorname{Re} \operatorname{Pr}} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) - S\theta \quad \dots(13)$$

$$v \frac{\partial C}{\partial y} + w \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{1}{\operatorname{Re} Sc} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) \quad \dots(14)$$

जहाँ – सीमान्त अवस्था निम्न प्रकार है।

$$\left. \begin{aligned} y=0, \quad u=0, \quad v=-v, \quad w=0, \quad \theta=1, \quad C=1 \\ y \rightarrow \infty, \quad u=1, \quad w=0, \quad p=p_\infty, \quad \theta=0, \quad C=0 \end{aligned} \right\} \quad \dots(15)$$

3. समीकरणों के हल (Solution of Equations)

हल को निम्न प्रकार मानकर चलते हैं।

$$\left. \begin{aligned} u(y, z) &= u_0(y) + \varepsilon u_1(y, z) + \varepsilon^2 u_2(y, z) + \dots \\ v(y, z) &= v_0(y) + \varepsilon v_1(y, z) + \varepsilon^2 v_2(y, z) + \dots \\ w(y, z) &= w_0(y) + \varepsilon w_1(y, z) + \varepsilon^2 w_2(y, z) + \dots \\ p(y, z) &= p_0(y) + \varepsilon p_1(y, z) + \varepsilon^2 p_2(y, z) + \dots \\ \theta(y, z) &= \theta_0(y) + \varepsilon \theta_1(y, z) + \varepsilon^2 \theta_2(y, z) + \dots \\ C(y, z) &= C_0(y) + \varepsilon C_1(y, z) + \varepsilon^2 C_2(y, z) + \dots \end{aligned} \right\} \quad \dots(16)$$

समीकरण निम्न प्रकार परिवर्तित होते हैं।

$$\frac{dv_0}{dy} = 0 \quad \dots(17)$$

$$\frac{d^2u_0}{dy^2} - v_0 \text{Re} \frac{du_0}{dy} - \left(\frac{1}{k_0} + M \text{Re} \right) u_0 = -Gr \text{Re}^2 (\theta_0 + NC_0) - \left(\frac{1}{k_0} + M \text{Re} \right) \quad \dots(18)$$

$$\frac{d^2\theta_0}{dy^2} - v_0 \text{Re Pr} \frac{d\theta_0}{dy} - S \text{Re Pr} \theta_0 = 0 \quad \dots(19)$$

$$\frac{d^2C_0}{dy^2} - v_0 \text{Re Sc} \frac{dC_0}{dy} = 0 \quad \dots(20)$$

सीमान्त अवस्था निम्न प्रकार परिवर्तित होगी।

$$\left. \begin{array}{l} u_0 = 0, \quad v_0 = -1, \quad \theta_0 = 1, \quad C_0 = 1, \quad \text{at } y = 0 \\ u_0 = 1, \quad p_0 = p_\infty, \quad \theta_0 = 0, \quad C_0 = 0, \quad \text{as } y \rightarrow \infty \end{array} \right\} \quad \dots(21)$$

समीकरण 17 से 20 का हल निम्न प्रकार होगा।

$$u_0 = 1 - Gr \lambda_0 e^{-\lambda_1 y} - Gr N \lambda'_0 e^{-\text{Re} S c y} + A_2 e^{-\bar{R} y} \quad \dots(22)$$

$$\theta_0 = e^{-\text{Re Pr} y} \quad \dots(23)$$

$$C_0 = e^{-\text{Re Sc} y} \quad \dots(24)$$

$$\text{साथ में } v_0 = -1, p_0 = p_\infty, w_0 = 0 \quad \dots(25)$$

जब हम गुणांको को \in , क्रम का लेते हैं, तब समीकरण निम्न प्रकार होते हैं।

$$\frac{\partial v_1}{\partial y} + \frac{\partial w_1}{\partial z} = 0 \quad \dots(26)$$

$$v_1 \frac{\partial u_0}{\partial y} - \frac{\partial u_1}{\partial y} = Gr Re(\theta_1 + NC_1) + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial z^2} \right) - \frac{((u_0 - 1) \cos \pi z + u_1)}{Re k_0} - M(u_1 - 1) \quad \dots(27)$$

$$-\frac{\partial v_1}{\partial y} = -\frac{\partial p_1}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_1}{\partial z^2} \right) - \frac{(v_1 - \cos \pi z)}{Re k_0} - Mv_1 \quad \dots(28)$$

$$-\frac{\partial w_1}{\partial y} = -\frac{\partial p_1}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 w_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_1}{\partial z^2} \right) - \frac{w_1}{Re k_0} - Mw_1 \quad \dots(29)$$

$$v_1 \frac{\partial \theta_0}{\partial y} - \frac{\partial \theta_1}{\partial y} = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial z^2} \right) - S\theta_1 \quad \dots(30)$$

$$v_1 \frac{\partial C_0}{\partial y} + \frac{\partial C_0}{\partial z} = \frac{1}{Re Sc} \left(\frac{\partial^2 C_1}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C_1}{\partial z^2} \right) \quad \dots(31)$$

सीमान्त अवस्था –

$$\left. \begin{aligned} u_1 = 0, \quad v_1 = -1, \quad w_1 = 0, \quad \theta_1 = 0, \quad C_1 = 0, \quad \text{at } y = 0 \\ u_1 = 0, \quad w_1 = 0, \quad p_1 = 0, \quad \theta_1 = 0, \quad C_1 = 0, \quad \text{as } y \rightarrow \infty \end{aligned} \right\}$$

हल के लिये v_1, w_1, p_1 को निम्न प्रकार मानते हैं।

$$v_1(y, z) = -v_{11}(y) \cos \pi z \quad \dots(32)$$

$$w_1(y, z) = \frac{1}{\pi} w_{11}(y) \sin \pi z \quad \dots(33)$$

$$p_1(y, z) = p_{11}(y) \cos \pi z \quad \dots(34)$$

(32) से (34) के सभी मानाकों (28) से (29) में रखने पर –

$$v_1(y, z) = A_1(\pi e^{-\lambda y} - \lambda e^{-xy} - \pi + \lambda) \cos \pi z \quad \dots(35)$$

$$w_1(y, z) = \lambda A_1(e^{-\pi y} - e^{-\lambda y}) \sin \pi z \quad \dots(36)$$

and

$$p_1(y, z) = \frac{\lambda A_1 \left(\pi \text{Re} + \frac{1}{k_0} + M \text{Re} \right)}{\text{Re}} e^{-\pi y} \cos \pi z \quad \dots(37)$$

माना हल निम्न प्रकार है –

$$u_1(y, z) = u_{11}(y) \cos \pi z \quad \dots(38)$$

$$\theta_1(y, z) = \theta_{11}(y) \cos \pi z \quad \dots(39)$$

$$C_1(y, z) = C_{11}(y) \cos \pi z \quad \dots(40)$$

(38) से (40) के मानों को (27), (30) और (31) में रखने पर –

$$u_{11}'' + \text{Re} u_{11}' - \left(\pi^2 + \frac{1}{k_0} + M \text{Re} \right) u_{11} = -\text{Re} v_{11} u_0' - Gr \text{Re}^2 (\theta_{11} + N C_{11}) + \frac{(u_0 - 1)}{k_0} \quad \dots(41)$$

$$\theta_{11}'' + \text{Re} \theta_{11}' - (\pi^2 + S \text{Re} \text{Pr}) \theta_{11} = -\text{Re} \text{Pr} v_{11} \theta_0' \quad \dots(42)$$

$$C_{11}'' + \text{Re} Sc C_{11}' - \pi^2 C_{11} = -\text{Re} Sc v_{11} C_0' \quad \dots(43)$$

सीमान्त अवस्था निम्न प्रकार होगी –

$$\left. \begin{aligned} u_{11} = 0, \quad \theta_{11} = 0, \quad C_{11} = 0 \quad \text{at} \quad y = 0 \\ u_{11} = 0, \quad \theta_{11} = 0, \quad C_{11} = 0 \quad \text{as} \quad y \rightarrow \infty \end{aligned} \right\} \dots(44)$$

अतः (41),(42),(43) का हल निम्न प्रकार होगा-

$$u_1(y, z) = \left(\begin{aligned} &A_{31}e^{-\lambda y} + B_2e^{-(\text{Re Pr})y} + B_3e^{-(\lambda + \text{Re Sc})y} \\ &+ B_4e^{-(\pi + \text{Re Sc})y} + B_5e^{-\bar{R}y} + B_6e^{-(\text{Re Sc})y} \\ &+ A_{11}e^{-(\text{Re Pr} + \lambda)y} + A_{12}e^{-(\pi + \text{Re Pr})y} + A_{17}e^{-(\lambda + \bar{R})y} \\ &+ A_{18}e^{-(\pi + \bar{R})y} + A_{20}e^{-(\lambda_1 + \lambda)y} + A_{23}e^{-\lambda_0 y} \\ &+ A_{21}e^{-(\pi + \lambda)y} + A_{22}e^{-\lambda_1 y} + A_{24}e^{-\lambda_2 y} \end{aligned} \right) \cos \pi z \dots(45)$$

$$\theta_1(y, z) = (A_6e^{-\lambda_0 y} + A_3e^{-(\lambda_1 + \lambda)y} + A_4e^{-\lambda y} + A_5e^{-\lambda_1 y}) \cos \pi z \dots(46)$$

$$C_1(y, z) = (A_7e^{-\lambda_2 y} + A_8e^{-(\lambda_1 + \text{Re Sc})y} + A_9e^{-(\pi + \text{Re Sc})y} + A_{10}e^{-(\text{Re Sc})y}) \cos \pi z \dots(47)$$

जहाँ नियम मान इस प्रकार होंगे-

$$\lambda = \frac{\text{Re} + \sqrt{\text{Re}^2 + 4 \left(\pi^2 + M \text{Re} + \frac{1}{k_0} \right)}}{2};$$

$$\lambda_1 = \frac{\text{Re Pr} + \sqrt{\text{Re}^2 \text{Pr}^2 + 4C}}{2};$$

$$\lambda_0 = \frac{\text{Re}^2}{\text{Re}^2 \text{Pr}(\text{Pr} - 1) - \left(\frac{1}{k_0} + M \text{Re} \right)};$$

$$\lambda'_0 = \frac{\text{Re}^2}{\text{Re}^2 \text{Sc}(\text{Sc} - 1) - \left(\frac{1}{k_0} + M \text{Re} \right)};$$

$$\lambda_2 = \frac{\text{Re } Sc + \sqrt{\text{Re}^2 Sc^2 + 4\pi^2}}{2};$$

$$\bar{R} = \frac{\text{Re} + \sqrt{\text{Re}^2 + 4 \left(M \text{Re} + \frac{1}{k_0} \right)}}{2};$$

$$\lambda_0'' = \frac{\text{Re } Pr + \sqrt{\text{Re}^2 Pr^2 + 4C_1}}{2}$$

$$A_3 = \frac{-\text{Re } \lambda_1 \text{ Pr } A_1 \pi}{(\lambda + \lambda_1)^2 - \text{Re } Pr(\lambda_1 + \lambda) - C_1};$$

$$A_4 = \frac{\text{Re } \lambda_1 \text{ Pr } A_1 \lambda}{(\pi + \lambda_1)^2 - \text{Re } Pr(\pi + \lambda_1) - C_1};$$

$$A_5 = \frac{\lambda_1 A_1 \text{ Re } Pr(\pi - \lambda)}{\lambda_1^2 - \text{Re } Pr \lambda_1 - C_1};$$

$$A_6 = -(A_3 + A_4 + A_5);$$

$$A_8 = \frac{\text{Re}^2 Sc^2 A_1 \pi}{\lambda^2 + \text{Re } Sc \lambda - \pi^2}; \quad A_9 = \frac{-\text{Re } Sc A_1 \lambda}{\pi};$$

$$A_{10} = \frac{\text{Re}^2 Sc^2 A_1 (\pi - \lambda)}{\pi^2}; \quad A_7 = -(A_8 + A_9 + A_{10});$$

$$A_{11} = \frac{-Gr \lambda_0 \text{ Re}^2 \text{ Pr } A_1 \pi}{(\lambda + \text{Re } Pr)^2 - \text{Re}(\lambda + \text{Re } Pr) - \left(\pi^2 + M \text{Re} + \frac{1}{k_0} \right)};$$

$$A_{12} = \frac{Gr \lambda_0 \text{ Re}^2 \text{ Pr } A_1 \lambda}{(\lambda + \text{Re } Pr)^2 - \text{Re}(\lambda + \text{Re } Pr) - \left(\pi^2 + M \text{Re} + \frac{1}{k_0} \right)};$$

$$A_{13} = \frac{Gr \lambda_0 \text{ Re}^2 \text{ Pr } A_1 (\pi - \lambda)}{(\text{Re } Pr)^2 - \text{Re}(\text{Re } Pr) - \left(\pi^2 + M \text{Re} + \frac{1}{k_0} \right)};$$

$$A_{14} = \frac{-Gr\lambda'_0 Re^2 ScA_1 N\pi}{(\lambda + Re Sc)^2 - Re(\lambda - Re Sc) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{15} = \frac{Gr\lambda'_0 Re^2 ScA_1 N\lambda}{(\pi + Re Sc)^2 - Re(\pi - Re Sc) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{16} = \frac{Gr\lambda'_0 Re^2 ScNA_1(\pi - \lambda)}{(Re Sc)^2 - Re(Re Sc) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{17} = \frac{\bar{R} Re A_1 A_2 \pi}{(\lambda + \bar{R})^2 - Re(\lambda + \bar{R}) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{18} = \frac{-\bar{R} Re A_1 A_2 \lambda}{(\pi + \bar{R})^2 - Re(\pi + \bar{R}) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{19} = \frac{-\bar{R} Re A_1 A_2 (\pi - \lambda)}{(\bar{R})^2 - Re(\bar{R}) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{20} = \frac{-Gr Re^2 A_3}{(\lambda_1 + \lambda) - Re(\lambda_1 + \lambda) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{21} = \frac{A_4 Gr Re^2}{(\pi + \lambda)^2 - Re(\pi + \lambda) - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{22} = \frac{-A_5 Gr Re^2}{\lambda_1'' - Re\lambda_1 - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{23} = \frac{-Gr Re^2 A_6}{\lambda_0'' - Re\lambda_0 - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0}\right)};$$

$$A_{24} = \frac{-Gr Re^2 A_7 N}{\lambda_2^2 - Re \lambda_2 - \left(\pi^2 + M Re + \frac{1}{k_0} \right)};$$

$$A_{25} = \frac{A_8}{\lambda_0' Sc A_1 \pi} A_{14};$$

$$A_{26} = \frac{-A_9}{\lambda_0' Sc A_1 \lambda} A_{15}; \quad A_{27} = \frac{-A_{10}}{\lambda_0' Sc A_1 (\pi - \lambda)} A_{16};$$

$$A_{28} = \frac{A_{13}}{Re^2 A_1 Pr (\pi - \lambda) k_0};$$

$$A_{29} = \frac{A_{16}}{Re^2 A_1 Sc (\pi - \lambda) k_0}; \quad A_{30} = \frac{A_{19}}{k_0 Re \bar{R} A_1 (\pi - \lambda)};$$

$$A_{31} = - \left(\begin{array}{l} A_{11} + A_{12} + A_{13} + A_{14} + A_{15} + A_{16} + A_{17} \\ + A_{18} + A_{19} + A_{20} + A_{21} \\ + A_{22} + A_{23} + A_{24} + A_{25} + A_{26} \\ + A_{27} + A_{28} + A_{29} + A_{30} \end{array} \right);$$

$$B_2 = A_{13} + A_{23} + A_{28}; \quad B_3 = A_{14} + A_{25};$$

$$B_4 = A_{15} + A_{26}; \quad B_5 = A_{19} + A_{30}; \quad B_6 = A_{16} + A_{27} + A_{29},$$

$$C = S Re Pr$$

$$C_1 = \pi^2 + C$$

अतः

$$u(y, z) = u_0(y) + \varepsilon u_1(y, z)$$

$$\theta(y, z) = \theta_0(y) + \varepsilon \theta_1(y, z)$$

$$c(y, z) = c_0(y) + \varepsilon c_1(y, z)$$

जहाँ पर आने वाले मान नियत हैं।

उपरिस्तर घर्षण

उपरिस्तर घर्षण की अविमीय संरचना निम्न प्रकार है।

$$\begin{aligned}\tau_x &= \frac{\tau_x^*}{\rho U^2} = \frac{\nu}{Ul} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)_{y=0} \\ &= \frac{1}{\text{Re}} \left[\frac{du_0}{dy} + \varepsilon \frac{du_{11}}{dy} \cos \pi z \right]_{y=0}\end{aligned}$$

नसैट अंक

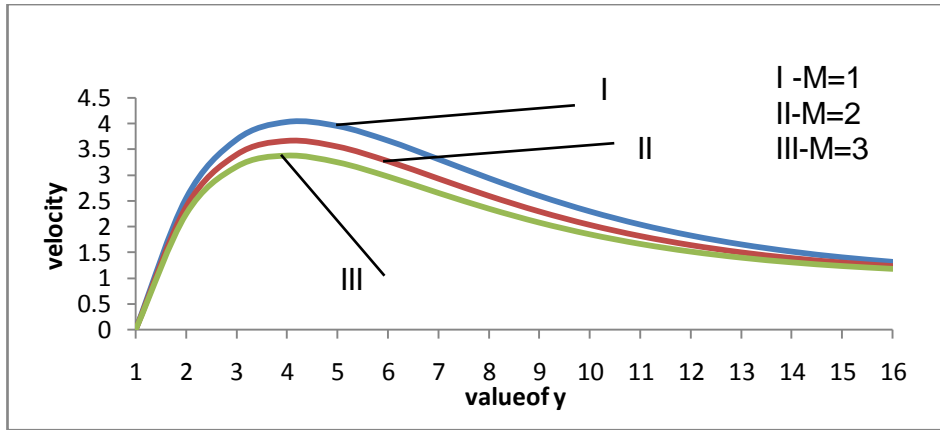
उष्मा स्थानान्तरण की दर का गुणांक नसैट अंक निम्न प्रकार दिया जाता है।

$$\begin{aligned}Nu &= \frac{-q^*}{\rho U c_p (T_w^* - T_\infty^*)} = \frac{k}{\rho U c_p l} \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} \right)_{y=0} \\ &= \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[\frac{d\theta_0}{dy} + \varepsilon \frac{d\theta_{11}}{dy} \cos \pi z \right]_{y=0}\end{aligned}$$

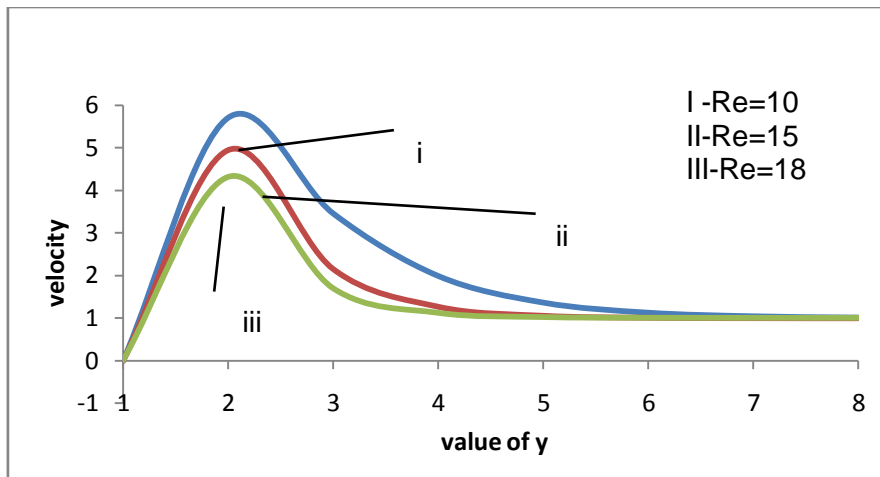
शेरवुड संख्या

द्रव्यमान परिवर्तन की दर का गुणांक शेरवुड संख्या निम्न प्रकार है –

$$\begin{aligned}Sh &= \frac{-q^*}{\rho U c_p (C_w^* - C_\infty^*)} = \frac{k}{\rho U c_p l} \left(\frac{\partial C}{\partial y} \right)_{y=0} \\ &= \frac{1}{\text{Re Pr}} \left[\frac{dC_0}{dy} + \varepsilon \frac{dC_{11}}{dy} \cos \pi z \right]_{y=0}\end{aligned}$$

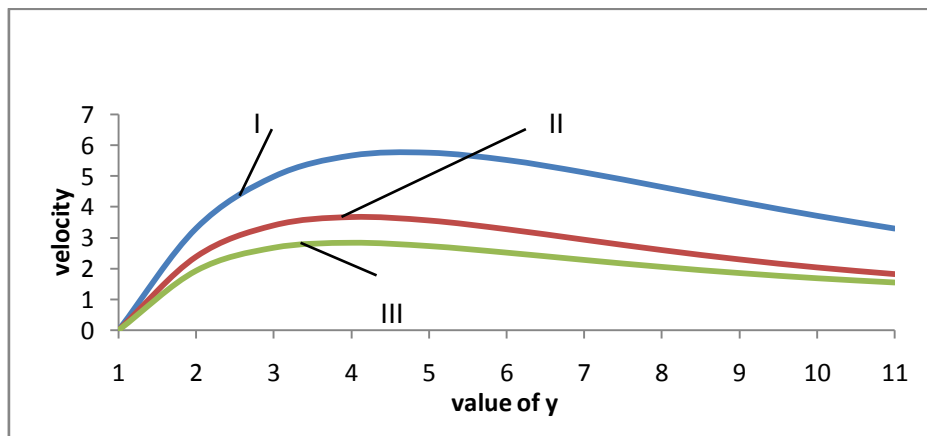


चित्र 1

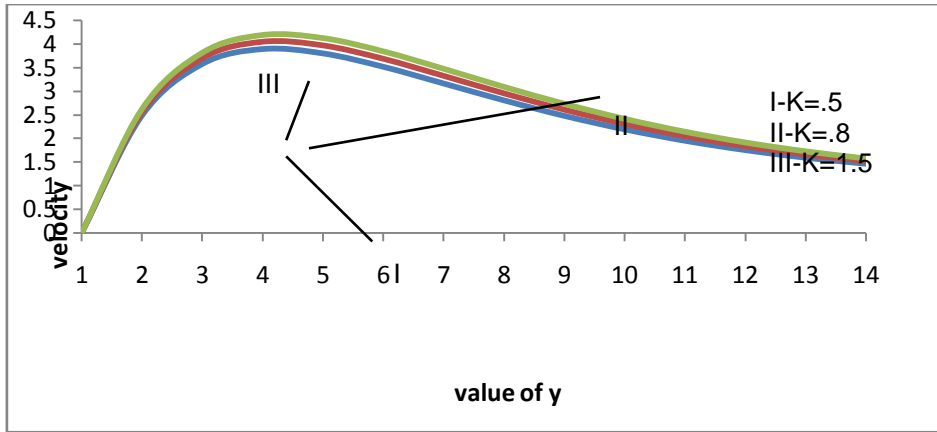


चित्र-2

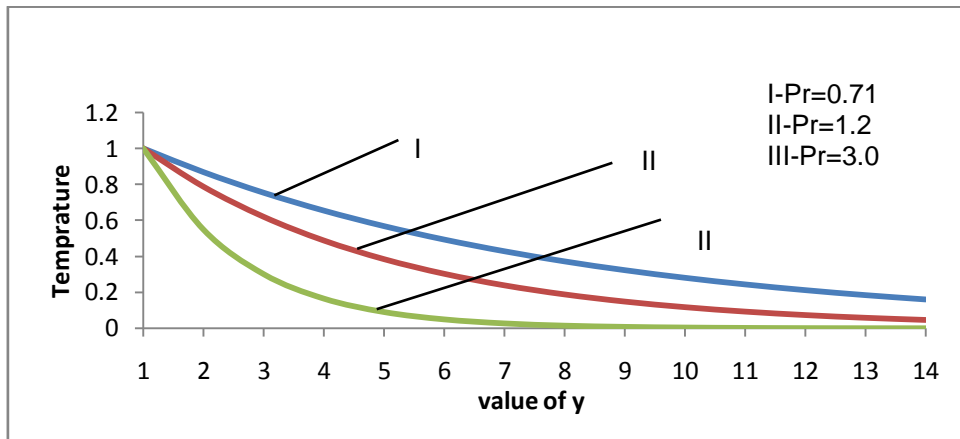
I-Sc=1,II-Sc=2,III-Sc=3



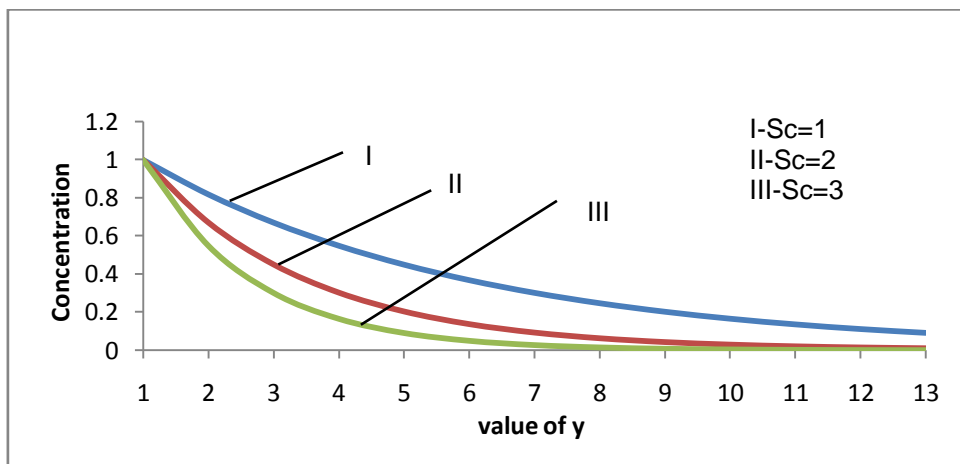
चित्र-3



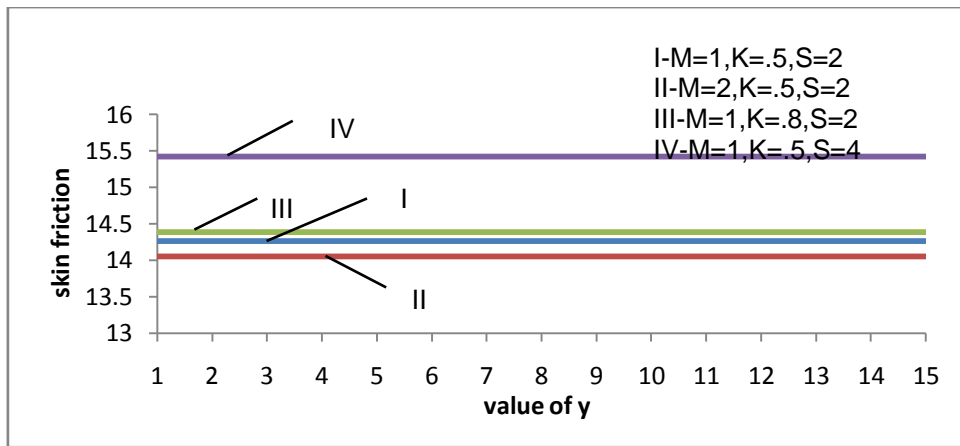
चित्र-4



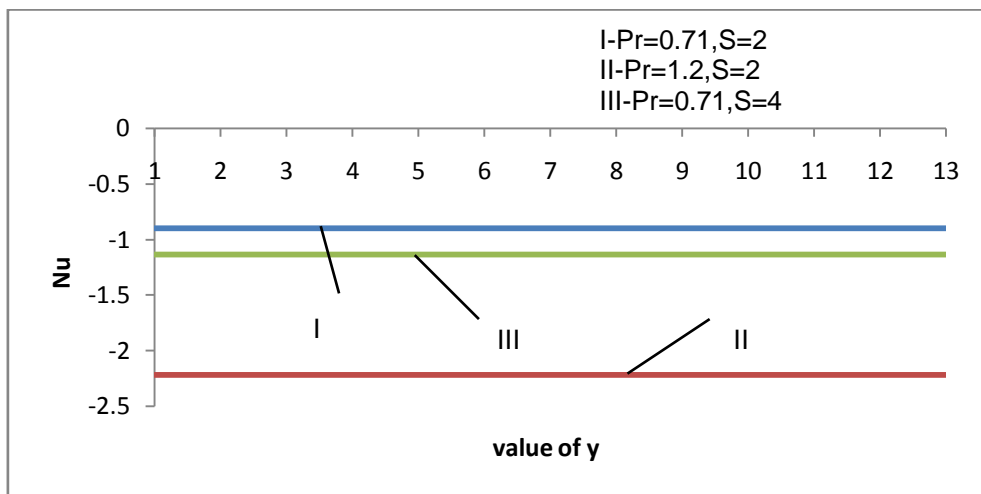
चित्र-5



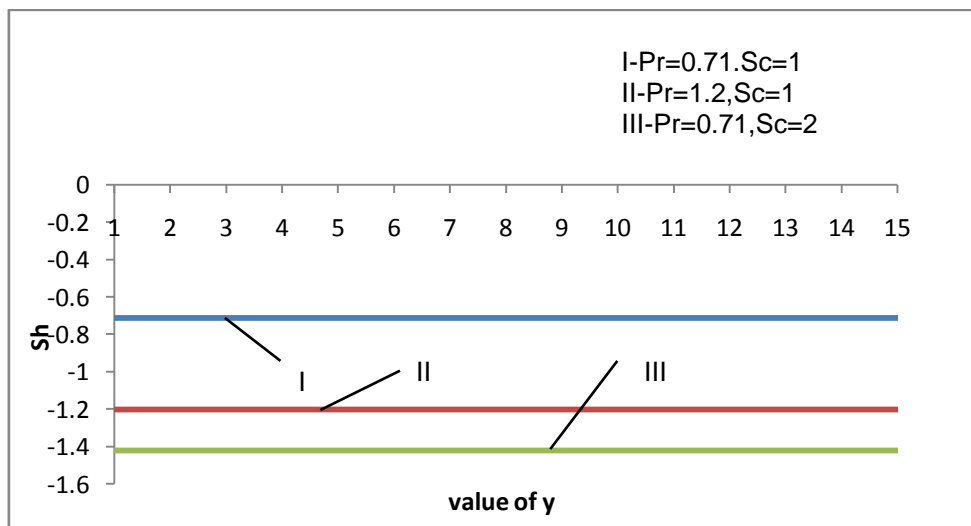
चित्र-6



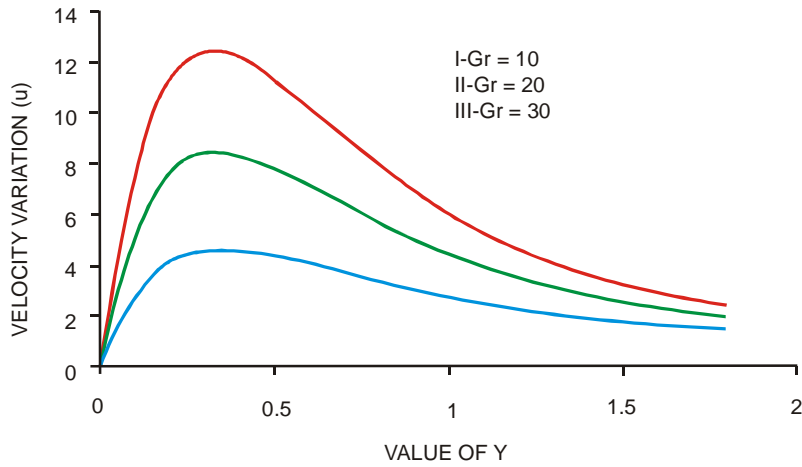
चित्र-7



चित्र-8



चित्र-9



चित्र-10

4. परिणाम और विमर्श(Results & Discussion)

हमने श्यान, असम्पीड्य और वैद्युत संचालक द्रव के प्रवाह का अध्ययन किया जो कि वृहद छिद्रयुक्त माध्यम और ऊर्ध्व छिद्रक समतल प्लेट से प्रवाहित होता है। इस द्रव पर हमने चुम्बकीय प्राचल (M) के विभिन्न मानों पर चुम्बकत्व के प्रभाव का अध्ययन किया।

चुम्बकत्व के प्रभाव में उपरिस्तर घर्षण नसेन्टसंख्या ताप, सघनता, वेग आदि की गणना की गयी है। सभी चित्र y के सापेक्ष खींचे गये हैं।

चित्र संख्या-1 यह वेग चुम्बकीय प्राचल M के प्रभाव की व्याख्या करता है और इस चित्र से यह ज्ञात होता है कि चुम्बकीय प्रभाव बढ़ाने पर वेग सीधा ढाल पर बढ़ता है।

चित्र संख्या-2 यह रेनोल्ड अंक Re और u के बीच खींचा गया है। इससे ज्ञात होता है कि Re के बढ़ने पर वेग बढ़ता है।

चित्र संख्या-3 यह चित्र दर्शाता है कि Sc बढ़ने के साथ वेग u घटता है, किन्तु कुछ अन्तराल उपरान्त यह नियत हो जाता है।

चित्र संख्या-4 यह चित्र दर्शाता है कि K के बढ़ने पर वेग u बढ़ता है।

चित्र संख्या-5 यह चित्र यह दर्शाता है कि Pr बढ़ने पर ताप घटता है।

चित्र संख्या-6 यह चित्र बताता है कि Sc के बदलने पर सांद्रण पर क्या प्रभाव पड़ता है। यह दर्शाता है कि Sc के बढ़ने पर सांद्रण बढ़ता है।

चित्र संख्या-7 यह उपरिस्तर घर्षण पर विभिन्न प्राचलों का प्रभाव दर्शाता है। यह दर्शाता है कि S बढ़ने पर घर्षण घटता है। K बढ़ने पर यह तीव्र गति से बढ़ता है और M के बढ़ने पर भी बढ़ता है।

चित्र संख्या-8 यह Nu नसेट संख्या पर Pr व S का प्रभाव दर्शाता है। यह दर्शाता है कि Pr बढ़ने पर Nu घटता है और S बढ़ने पर Nu बढ़ता है।

चित्र संख्या-9 यह शेरवुड संख्या (Sh) पर Pr और Sc का प्रभाव बताता है। Pr बढ़ने पर (Sh)

बढ़ता है और Sc बढ़ने पर भी यह बढ़ता है।

चित्र संख्या-10 यह वेग u पर Gr का प्रभाव दर्शाता है।

निष्कर्ष

छिद्रयुक्त माध्यम में संवहन मुक्त द्रव के प्रवाह पर हुये शोध कार्यो से प्रेरित होकर टी0 अरुणाचलम ने श्यान असंपीड्य द्रव पर प्रयोगिक निष्कर्ष निकाले। हमने इस शोध पत्र में उनके द्वारा किये गये शोध पर चुम्बकीय प्रभाव के परिणाम खोजने का प्रयास किया। हमने पाया कि

1. द्रव का वेग Gr , Re , Sc के द्वारा प्रभावित होता है। Gr बढ़ने पर वेग बढ़ता है किन्तु Re और Sc बढ़ने पर यह घटता है।
2. चुम्बकशीलता (M) और पारगम्य प्राचल बढ़ने पर भी वेग बढ़ता है।
3. Pr के बढ़ने पर ताप घटता है और धीरे धीरे यह सीधी रेखा में परिवर्तित हो जाता है।

संदर्भ—

1. के. यामामोटो और एन. इवामुरो, ज. इजी. मैथ 10 (1976) 41,
2. ए.ए. रेप्टिस, इंट. ज. इजी. सांइस 21 (1983) 345.
3. पी.सिंह, जे. के. मिश्रा और के.के नारायण इंडियन ज. ऑफ प्योर एण्ड अप्लाइड मैथ 19 (1988) 130.
4. के डी. सिंह ZAMM(1991)
5. के. डी. सिंह इंडियन ज. प्योर एण्ड अप्लाइड मैथ 22 (7) (1991) 591.
6. एम कुमारी. एच. एस. ठक्कर और जी. नाथ इंडि. ज. ऑफ प्योर एण्ड अप्लाइड मैथ 28 (1) (1097) 109
7. एन. अहमद और डी. शर्मा इंडि. ज. ऑफ प्योर उएड अप्लाइड. मैथ 28 (10) (1997) 1345.
8. चित्ती बाबू डी. और प्रकाश राव डी. आर. वी. (2006) एक्टासिसिया इण्डिका 32:1275:1288
9. नेल्सन डी. जे. और वुड बी. डी. (1786) हीट ट्रांसफर 4:1587–1592.
10. टी. अरुणाचलम, के सुमथि तथा एस.एश्वर्या इण्टरनेशनल ज. ऑफ मैथमेटिकल सांईसेज (10) न.1–2 जनवरी–जून 2011. pp21-34